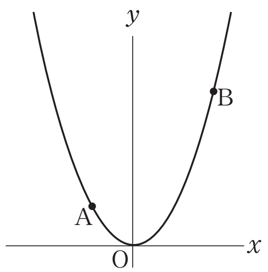
第２１講・二乗に比例する関数⑥ 放物線と面積

例題 1

関数$y=ax^2$のグラフ上に，図のように２点Ａ，Ｂがあり，点Ａのx座標は-3，点Ｂの座標は（6，12）である。次の問いに答えなさい。



⑴　点Ａのy座標を求めよ。

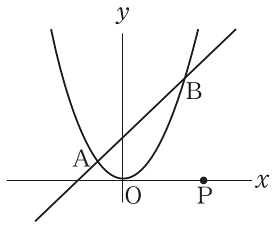
⑵　２点Ａ，Ｂを通る直線の方程式を求めよ。

⑶　原点をＯとする。△OABの面積を求めよ。

⑷　x軸に平行な直線$y=k$によって△OABの面積が２等分されるとき，kの値を求めよ。

例題 2

図のように，放物線$y=x^2$と直線$y=2x+3$が２点Ａ，Ｂで交わっている。また，点Ｐは，x軸上の正の部分を動く点である。次の問いに答えなさい。



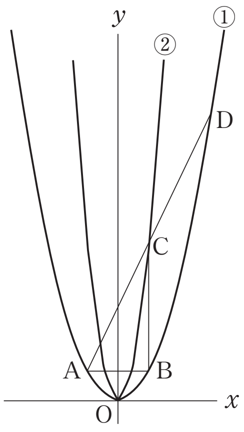
⑴　交点Ａ，Ｂの座標を求めよ。

⑵　△APBの面積が22になるときの点Ｐのx座標を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 3

右の図は，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$…①，$y=ax^2\ (a>1)$…②のグラフである。点A，点Bは直線 $y=2$ と放物線①との交点，点Cは点Bを通り y 軸に平行な直線と放物線②との交点，また，点Dは直線ACと放物線①との交点である。△ABDの面積が△ABCの面積の2倍であるとき，次の問いに答えなさい。



⑴　a の値を求めよ。

⑵　直線ACと y 軸との交点の y 座標を求めよ。

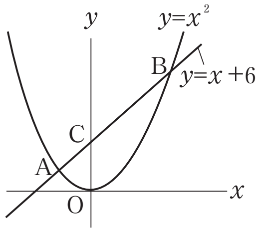
⑶　直線 $y=mx$ が四角形OBDAの面積を2等分するとき，m の値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

21－1

右の図のように，２つの関数 $y=x^2$ と $y=x+6$ のグラフの交点を A，B とし，原点を O とする。次の問いに答えなさい。



⑴　A，B の座標を求めよ。

⑵　$y=x^2$ 上に原点と異なる点 D をとり，△OAB と△DAB の面積が等しくなるようにする。このとき，適する D の座標は３つあり，そのうちの１つは（－３，９）である。残り２つの座標を求めよ。

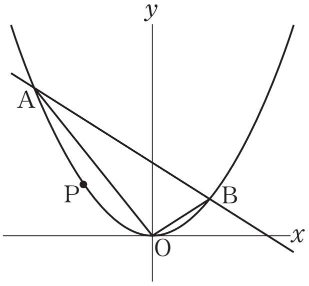
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講・確認テスト

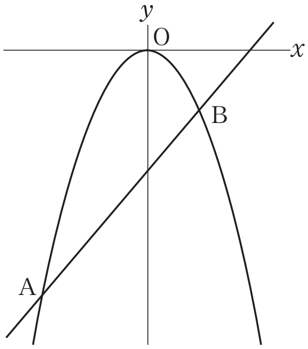
[1]　右の図で，放物線と直線は，それぞれ関数 $y=\frac{1}{4}x^2$，$y=-\frac{1}{2}x+2$ のグラフであり，点 A，B は放物線と直線の交点である。また，放物線上の点を P とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　点 A の座標は（$-$［ア］，［イ］），点 B の座標は（［ウ］，［エ］）である。

(2)　△PAB＝△OAB となる点 P の x 座標は，$-$［オ］，$-$［カ］$\pm\sqrt{［キク］}$ である。ただし，P は原点とは異なる点とする。

[2]　右の図で，放物線と直線は，それぞれ関数 $y=-x^2$，$y=2x-8$ のグラフであり，点 A，B は放物線と直線の交点である。これについて，次の問いに答えなさい。



(1)　点 A の座標は（$-$［ケ］，$-$［コサ］），点 B の座標は（［シ］，$-$［ス］）である。

(2)　放物線上の直線より下の部分に点 P をとり，△PAB＝2△OAB となるようにする。
このとき，P の x 座標は $-$［セ］，［ソ］である。

(3)　x 軸上の，直線 $y=2x-8$ より左の部分に点 Q をとり，△QAB＝18 となるようにするとき，Q の x 座標は［タ］である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講・二乗に比例する関数⑥ 放物線と面積

例題 1

(1)　3　　(2)　$y=x+6$　　(3)　27　　(4)　$k=12-3\sqrt{6}$

解説

(4)　$k>3$ として，$y=k$ と AB，OB との交点をそれぞれ C，D とすると，

$\mathrm{C}(k-6,\ k)$，$\mathrm{D}\left(\frac{k}{2},\ k\right)$ より，$\mathrm{CD}=\frac{k}{2}-(k-6)=\frac{1}{2}(12-k)$

よって，$\triangle\mathrm{BCD}=\frac{1}{4}(12-k)^2$

$\triangle\mathrm{BCD}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{OAB}=\frac{27}{2}$ より，$\frac{1}{4}(12-k)^2=\frac{27}{2}$　$(12-k)^2=54$　$12-k=\pm3\sqrt{6}$

$k<12$ より，$k=12-3\sqrt{6}$

例題 2

(1)　$\mathrm{A}(-1,\ 1)$，$\mathrm{B}(3,\ 9)$　　(2)　4

解説

(1)　$y=x^2$ と $y=2x+3$ を連立方程式として解く。

（放物線と直線の交点の座標は連立の解である。）

$x^2=2x+3$ より，$x^2-2x-3=0$　$(x+1)(x-3)=0$　$x=-1,\ 3$

(2)　直線 AB と x 軸との交点を C とすると，$\mathrm{C}\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$

ここで，$\mathrm{P}(t,\ 0)$ とすると，$\triangle\mathrm{APB}=\triangle\mathrm{BCP}-\triangle\mathrm{ACP}$ より，

$\frac{1}{2}\times\left\{t-\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}\times9-\frac{1}{2}\times\left\{t-\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}\times1=22$　これを解いて，$t=4$

（CP の長さ）

例題 3

(1)　$a=\frac{5}{2}$　　(2)　6　　(3)　$m=\frac{7}{2}$

解説

(3)　四角形 $\mathrm{OBDA}=\triangle\mathrm{OAB}+\triangle\mathrm{ABD}=4+32=36$

$y=mx$ と AD との交点を E とすると，$\triangle\mathrm{OAE}=18$

ここで，E の x 座標を t とすると，

$\frac{1}{2}\times6(t+2)=18$　$t=4$　$\mathrm{E}(4,\ 14)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

21－1

⑴　**A $(-2,\ 4)$，B $(3,\ 9)$**　　⑵　**$(1,\ 1)$，$(4,\ 16)$**

解説

⑴　$y=x^2$ と $y=x+6$ を連立方程式として解く。

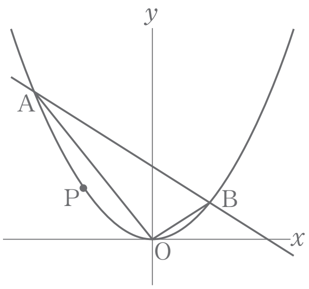
$x^2=x+6$ より，$x^2-x-6=0$　$(x+2)(x-3)=0$　$x=-2,\ 3$

⑵　線分 AB を底辺として，△OAB と高さが等しくなる三角形を考える。1つは，原点を通り直線 $y=x+6$ に平行な直線 $y=x$ が放物線と交わる点で，$x^2=x$ より，$x=0,\ 1$

もう1つは，点$(-3,\ 9)$を通り直線 $y=x+6$ に平行な直線 $y=x+12$ が放物線と交わる点で，$x^2=x+12$ より，$x^2-x+12=0$　$(x+3)(x-4)=0$　　$x=-3,\ 4$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

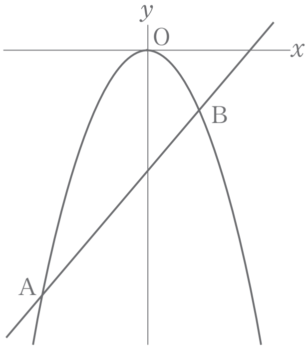
第21講・確認テスト



[1]　右の図で，放物線と直線は，それぞれ関数 $y=\frac{1}{4}x^2$，$y=-\frac{1}{2}x+2$ のグラフであり，点 A，B は放物線と直線の交点である。また，放物線上の点を P とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　点 A の座標は (－［ア］，［イ］)，点 B の座標は (［ウ］，［エ］) である。

(2)　△PAB＝△OAB となる点 P の x 座標は，－［オ］，－［カ］$\pm\sqrt{［キク］}$ である。ただし，P は原点とは異なる点とする。



[2]　右の図で，放物線と直線は，それぞれ関数 $y=-x^2$，$y=2x-8$ のグラフであり，点 A，B は放物線と直線の交点である。これについて，次の問いに答えなさい。

(1)　点 A の座標は (－［ケ］，－［コサ］)，点 B の座標は (［シ］，－［ス］) である。

(2)　放物線上の直線より下の部分に点 P をとり，△PAB＝2△OAB となるようにする。
このとき，P の x 座標は－［セ］，［ソ］である。

(3)　x 軸上の，直線 $y=2x-8$ より左の部分に点 Q をとり，△QAB＝18 となるようにするとき，Q の x 座標は［タ］である。

解答

[1]	ア　4	イ　4	ウ　2	エ　1	オ　2	カ　1	キ　1	ク　7
[2]	ケ　4	コ　1	サ　6	シ　2	ス　4	セ　6	ソ　4	タ　1

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

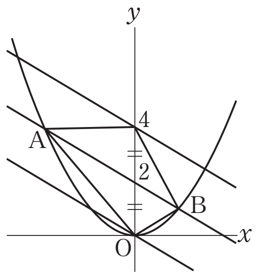
解説

[1]

(1)　$y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=-\frac{1}{2}x+2$ を連立方程式として解く。

$\frac{1}{4}x^2=-\frac{1}{2}x+2$，$x^2+2x-8=0$，$(x+4)(x-2)=0$ より，$x=-4$，2

(2)　直線 $y=-\frac{1}{2}x$ が放物線と交わる点がPの場合，$\frac{1}{4}x^2=-\frac{1}{2}x$，



$x^2=-2x$ より，$x=0$，-2

直線 $y=-\frac{1}{2}x+4$ が放物線と交わる点をPとすると，

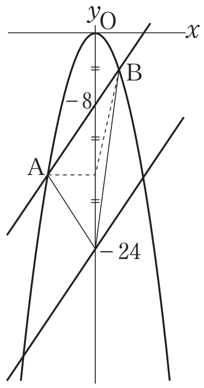
△PABは△OABと底辺，高さがともに等しくなるので，

△PAB＝△OABとなる。

$\frac{1}{4}x^2=-\frac{1}{2}x+4$，$x^2=-2x+16$，

$x^2+2x-16=0$ より，$x=-1\pm\sqrt{17}$

[2]



(1)　$y=-x^2$ と $y=2x-8$ を連立方程式として解く。

$-x^2=2x-8$，　$x^2+2x-8=0$，$(x+4)(x-2)=0$ より，

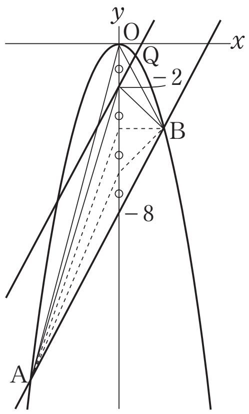
$x=-4, 2$

(2)　直線ABの切片は -8 だから，直線ABに平行で，切片が，

$-8\times3=-24$ の直線が放物線と交わる点の x 座標を求める。

$-x^2=2x-24$，$x^2+2x-24=0$，$(x+6)(x-4)=0$ より，$x=-6, 4$

(3)　$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times8\times\{2-(-4)\}=24$ より，



△OAB：△QAB＝24：18＝4：3

直線ABに平行で，切片が，$-8\times\frac{1}{4}=-2$ の直線が x 軸と交わる点の x 座標を求める。

$0=2x-2$ より，$x=1$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。